

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

ЗАНЯТТЯ №4. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.

Основні задачі.

4.1. Знайти загальний розв'язок та один частковий розв'язок СЛР, використовуючи метод Гауса:

$$(1) \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2; \end{cases}$$
$$(2) \begin{cases} -9x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7 \\ -4x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 7x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 5. \end{cases}$$

4.2. Дослідити систему та знайти загальний розв'язок в залежності від значень параметра λ :

$$(1) \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ -12x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ \lambda x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2; \end{cases}$$
$$(2) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + \lambda x_4 = 7. \end{cases}$$

4.3. Знайти многочлен $f(x)$ другого степеня з дійсними коефіцієнтами, для якого $f(1) = 8$, $f(-1) = 2$, $f(2) = 14$.

4.4. Знайти многочлен $f(x)$ третього степеня, для якого $f(-2) = 1$, $f(-1) = 3$, $f(1) = 13$ $f(2) = 33$.

Додаткові задачі.

4.5. Розв'яжіть СЛР:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + \dots + x_n = 0 \\ x_1 + x_3 + \dots + x_n = 1 \\ \dots\dots\dots \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} = n - 1. \end{cases}$$

4.6. Чи будуть рівносильними дві СЛР, якщо одна з них одержується з іншої перенумерацією невідомих?

4.7. Доведіть, що коли дві сумісні СЛР є рівносильними, то і відповідні ОСЛР теж є рівносильними.

4.8. Знайдіть необхідну і достатню умову, щоб сума двох розв'язків СЛР знову була розв'язком цієї СЛР.

4.9. Доведіть, що перестановку двох рядків матриці можна виконати за допомогою інших елементарних перетворень.

4.10. Дослідіть СЛР на сумісність і знайдіть загальний розв'язок СЛР в залежності від параметрів

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

4.11. Знайдіть всі цілочисельні розв'язки СЛР

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5.$$

Домашнє завдання.

4.12. Знайти загальний розв'язок та один частковий розв'язок СЛР, використовуючи метод Гауса:

$$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3 \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

4.13. Дослідити систему та знайти загальний розв'язок в залежності від значень параметра λ :

$$\begin{cases} -6x_1 + 8x_2 - 5x_3 - x_4 = 9 \\ -2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 1 \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 3 \\ -3x_1 + 7x_2 + 17x_3 + 7x_4 = \lambda. \end{cases}$$

4.14. Знайти многочлен $f(x)$ четвертого степеня, для якого $f(-3) = -77$, $f(-2) = -13$, $f(-1) = 1$, $f(1) = -1$, $f(2) = -17$.